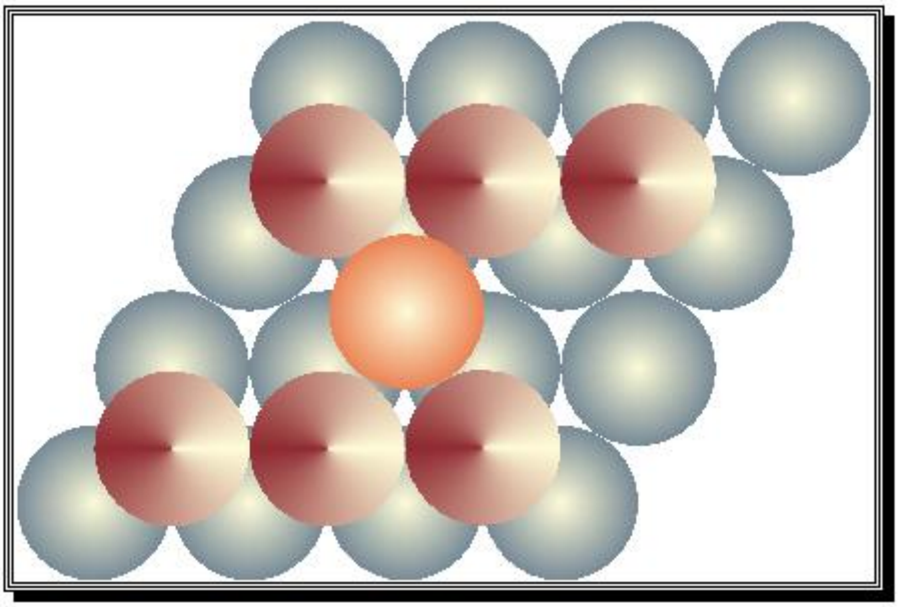
Peter Hammer 23. IX 23
chaosachso21@gmail.com

was passiert



wenn mehr als d r

A L L E R L ma Thema tisieren

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

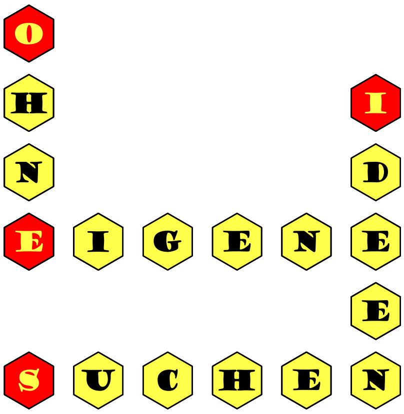
Felix Huber felix.68@gmx.ch

Peter Hohler phohler@yahoo.com

Rätsel des Monats $-2+3\cdot 9-2+0=$ **23**

mit Ohne oder mit Oder

Idee **Felix Huber und Peter Hammer**



https://oeis.org/?language=german

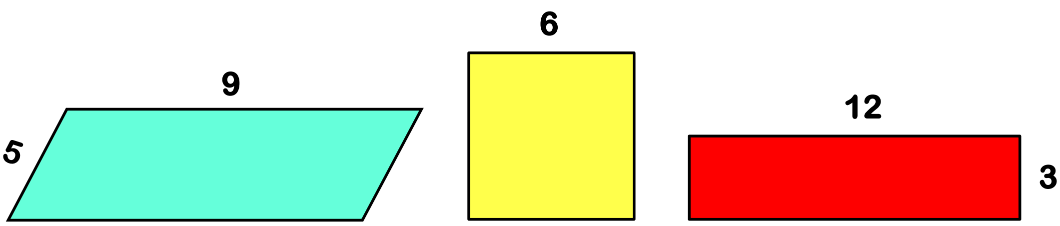
« not to search or to search » that's not the question ! (not Shakespeare)

Die Frage, ob sich hinter der Internet-Plattform **OEIS** (**O**n-Line **E**ncyclopedia of **I**nteger **S**equences) ein **O**hne-**E**igene-**I**deen-**S**uchen oder ein **O**der-**E**igene-**I**deen-**S**uchen versteckt, stellt sich für den Luzerner Mathematiker **Felix Huber** nicht !

Einen Papagei, einen Jaguar und Silberbesteck zu besitzen, ist unser Lebensziel. Das Silberbesteck haben wir geerbt, den Papagei müssen wir in Brasilien abholen und unser bevorzugtes Auto haben wir leider nur in Form eines Plakats. Kann ein Eintrag im **OEIS** tatsächlich ein Lebensziel sein ?

F. H. *« Etwas zu entdecken, was noch niemand beachtet hat, ist für mich mehr als nur zwei bis drei Highlights ! »*

Da sind wir gespannt auf ein erstes Beispiel ?



F. H. *« Was sehen wir hier ? »*

Wir sehen ein Parallelogramm, ein Quadrat und ein Rechteck mit ganzzahligen Seitenlängen und **36** als Flächeninhalt mit der Annahme, dass eine Höhe des Parallelogramms auch ganzzahlig ist. Aber inwiefern liiert sich die **36** mit der **23** ?

F. H. *« Durch die Primfaktor-Zerlegung 2x3x2x3 wird die* **23** *sogar doppelt sichtbar. Die* **23***-er-Idee wird jedoch erst durch folgendes* **Problem** *verziert . »*

Frage **Wie viele Parallelogramme mit Flächeninhalt 36 gibt es ? Zudem müssen Seitenlängen und mindestens eine Höhe h ganzzahlig sein ! Quadrat und Rechteck gehören auch zur Parallelogramm-Gruppe.**

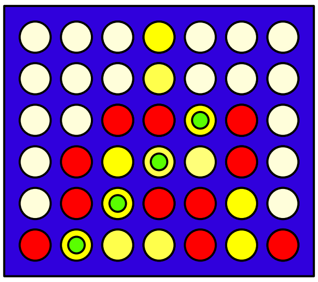
Beispiele **(a , b , h) : (4 , 41 , 9) ; (2 , 18 , 18) ; (6 , 6 , 6)**

Hilfsmittel **http://math.fau.edu/Richman/mla/pythag3s.htm**

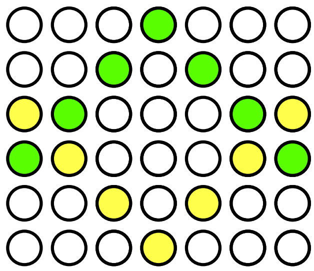
Warum den Spiess nicht umdrehen ! Wir lassen uns eine Folge mit der **23** «auf-**Tisch**-en» und versuchen, diese Folge zu visualisieren. Ist dies «real-is-**Tisch**» ?

F. H. *« Und ob !* **Primär** *– stets die* **Prim***zahl* **23** *vor Augen – tauchen im Alltag, im Spiel und insbesondere im Unterricht Situationen auf, die ohne* **23***-er Leitplanke wohl niemand be(t r)achten würde ! Und dies wäre beispielsweise ? »*

Frage **Wie viele Gewinnpositionen gibt es beim Spiel «6 gewinnt» – als «vier gewinnt» bekannt – auf einem Feld der Grösse 7 mal 6 ? Lässt sich eine Formel für «n gewinnt» für 3 ≤ n ≤ 7 finden ?**



F. H. *« Dies sei vorweg verraten: Für n = 4 werden wir 3 mal* **23** *Varianten erhalten ! Rein zufällig gibt es horizontal und diagonal gleich viele Varianten ! »*



Fordern wir im **OEIS** auf, **Felix Huber** zu suchen, so erscheinen zehn Beiträge. Eine Folge, die wir ohne **OEIS**-Ambitionen kreiert haben, schenken wir **Felix** als Dankeschön für diesen und seinen stetigen, von uns sehr geschätzten Inputs.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
23	42	198	22	115	126	1’078	22	207	210	2’662	22

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
299	294	4’950	22	391	378	7’942	22	483	462	?

Lösungen **Rätsel des Monats** $-2+3\cdot 9-2+0=23$

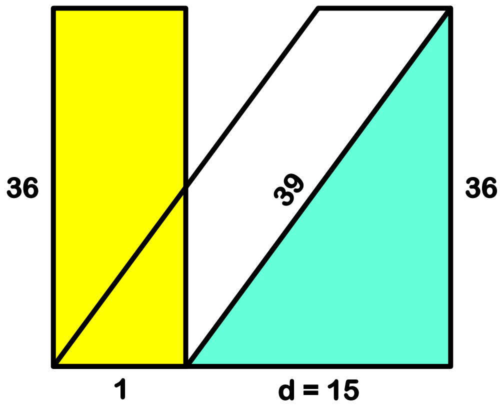
Um sämtliche **23 Parallelogramme** mit ganzzahligen Seitenlängen und **36** als Flächeninhalt zu finden, anerbietet sich ein «recht-eckiges» Vorgehen mit seitlichen Verschiebungen im pythagoräischen Sinn.

I 1 x 36 **II** 2 x 18 **III** 3 x 12 **IV** 4 x 9 **V** 6 x 6

Wie die (verzerrte) Abbildung zeigt, starten wir mit dem (gelben) Rechteck und suchen anschliessend rechtwinklige Dreiecke mit der Kathete 36. Beispielsweise entdecken wir so das Parallelogramm a = 1 , b = 39 und h = 36. Für den **Fall I** (1 x 36) ergeben sich 7 Parallelogramme gemäss den pythagoreischen 36-er-Zahlentripel.

https://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/pythagotripel.htm

a	b	h	d
1	39	36	15
1	45	36	27
1	60	36	48
1	85	36	77
1	111	36	105
1	164	36	160
1	325	36	323
1	36	36	



a	b	h	d
2	30	18	24
2	82	18	80
2	18	18	

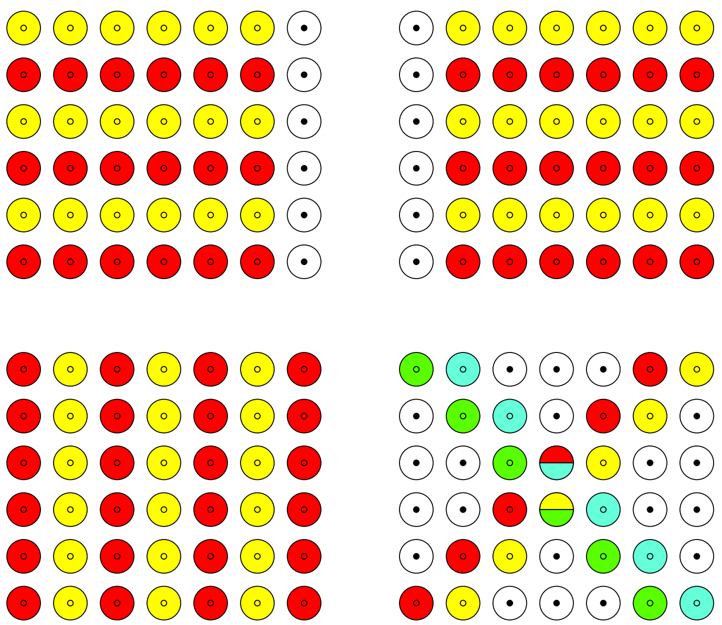
a	b	h	d
3	13	12	5
3	15	12	9
3	20	12	16
3	37	12	35
3	12	12	

a	b	h	d
4	15	9	12
4	41	9	40
4	9	9	

a	b	h	d
6	10	6	8
6	6	6	

a	b	h	d
9	5	4	3
12	5	3	4

Völlig überraschend kann es nicht sein, wenn sich gemäss der Abbildung **23** verschiedene Sechser-Ketten auf einem Spielbrett von «4 gewinnt» platzieren lassen.



Erstrebenswert ist schliesslich eine Formel für n = 3 , 4 , 5 , 6 und 7, welche die Anzahl Gewinnpositionen beim Spiel «n gewinnt» auflistet.

horizontal $6 \cdot (8 - n) = 48 - 6n$

vertikal $7 \cdot (7 - n) = 49 - 7n$

diagonal $4 \cdot \frac{8 - n}{2} \cdot (7 - n) = 112 - 30n + 2n^2$

total $2n^2 - 43n + 209$

n	3	4	5	6	7
tot	98	69	44	23	6

Jawohl, die vier Grundoperationen (+ - x :) sind «folge-richtig». Und damit die Zahl **23** den Auftakt der Folge bildet, braucht es ein regelmässiges, stetiges Wachstum seines Vorgängers (22).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
22	44	66	88	110	132	154	176	198	220
23	42	198	22	115	126	1’078	22	207	210

23
506
11’638